数 問

数　　学

令和5年度(前期)

注　意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は1冊（本文2ページ，白紙2枚），解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて下書用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

　（例）　受験番号 90001 番の場合 ⟶

9	0	0	0	1

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所に書くと無効になることがある。
5. 書き損じても，代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後，問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1　n を 2 以上 20 以下の整数，k を 1 以上 $n-1$ 以下の整数とする。

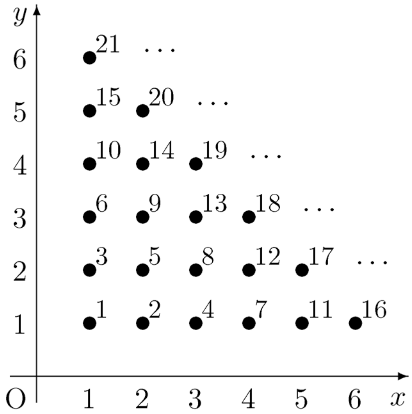
$$ {}_{n+2}\mathrm{C}_{k+1} = 2\left({}_{n}\mathrm{C}_{k-1} + {}_{n}\mathrm{C}_{k+1}\right) $$

が成り立つような整数の組 $(n,\ k)$ を求めよ。

2　a を正の実数とする。2 つの曲線 $C_1 : y = x^3 + 2ax^2$ および $C_2 : y = 3ax^2 - \dfrac{3}{a}$ の両方に接する直線が存在するような a の範囲を求めよ。

3　原点を O とする座標空間内に 3 点 A $(-3,\ 2,\ 0)$，B $(1,\ 5,\ 0)$，C $(4,\ 5,\ 1)$ がある。P は $\left|\overrightarrow{\mathrm{PA}} + 3\overrightarrow{\mathrm{PB}} + 2\overrightarrow{\mathrm{PC}}\right| \leqq 36$ を満たす点である。4 点 O，A，B，P が同一平面上にないとき，四面体 OABP の体積の最大値を求めよ。

4　xy 平面上で，x 座標と y 座標がともに正の整数であるような各点に，下の図のような番号をつける。点 $(m,\ n)$ につけた番号を $f(m,\ n)$ とする。たとえば，$f(1,\ 1)=1$，$f(3,\ 4)=19$ である。



(1)　$f(m,\ n)+f(m+1,\ n+1)=2f(m,\ n+1)$ が成り立つことを示せ。

(2)　$f(m,\ n)+f(m+1,\ n)+f(m,\ n+1)+f(m+1,\ n+1)=2023$ となるような整数の組 $(m,\ n)$ を求めよ。

5　A，B，C の 3 人が，A，B，C，A，B，C，A，$\cdots$ という順番にさいころを投げ，最初に 1 を出した人を勝ちとする。だれかが 1 を出すか，全員が n 回ずつ投げたら，ゲームを終了する。A，B，C が勝つ確率 P_{A}，P_{B}，P_{C} をそれぞれ求めよ。