

数 問

数 学

令和 4 年 度(前期)

注 意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は1冊（本文2ページ，白紙2枚），解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて下書用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

(例) 受験番号 50001 番の場合 →

5	0	0	0	1
---	---	---	---	---

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所に書くと無効になることがある。
5. 書き損じても，代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後，問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1

$2^a 3^b + 2^c 3^d = 2022$ を満たす 0 以上の整数 a, b, c, d の組を求めよ。

2

$0 \leq \theta < 2\pi$ とする。座標平面上の 3 点 $O(0, 0)$, $P(\cos \theta, \sin \theta)$, $Q(1, 3\sin 2\theta)$ が三角形をなすとき、 $\triangle OPQ$ の面積の最大値を求めよ。

3

次の問いに答えよ。

- (1) 実数 x, y について、「 $|x - y| \leq x + y$ 」であることの必要十分条件は「 $x \geq 0$ かつ $y \geq 0$ 」であることを示せ。
- (2) 次の不等式で定まる xy 平面上の領域を図示せよ。

$$|1 + y - 2x^2 - y^2| \leq 1 - y - y^2$$

4 t を実数とし、座標空間に点 $A(t-1, t, t+1)$ をとる。また、 $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(1, 0, 1)$, $(0, 1, 1)$, $(1, 1, 1)$ を頂点とする立方体を D とする。点 P が D の内部およびすべての面上を動くとき、線分 AP の動く範囲を W とし、 W の体積を $f(t)$ とする。

- (1) $f(-1)$ を求めよ。
- (2) $f(t)$ のグラフを描き、 $f(t)$ の最小値を求めよ。

5 中身の見えない2つの箱があり、1つの箱には赤玉2つと白玉1つが入っており、もう1つの箱には赤玉1つと白玉2つが入っている。どちらかの箱を選び、選んだ箱の中から玉を1つ取り出して元に戻す、という操作を繰り返す。

- (1) 1回目は箱を無作為に選び、2回目以降は、前回取り出した玉が赤玉なら前回と同じ箱、前回取り出した玉が白玉なら前回とは異なる箱を選ぶ。 n 回目に赤玉を取り出す確率 p_n を求めよ。
- (2) 1回目は箱を無作為に選び、2回目以降は、前回取り出した玉が赤玉なら前回と同じ箱、前回取り出した玉が白玉なら箱を無作為に選ぶ。 n 回目に赤玉を取り出す確率 q_n を求めよ。