

# 数 問

## 数 学 (経済学部)

### 令和 4 年度(後期)

#### 注 意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は1冊(本文2ページ, 白紙2枚), 解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

(例) 受験番号 50001 番の場合 → 

5	0	0	0	1
---	---	---	---	---

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所に書くと無効になることがある。
5. 書き損じても, 代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後, 問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1

$\log_y(6x + y) = x$  を満たす正の整数  $x, y$  の組を求めよ。

2

原点を  $O$  とする座標空間に 3 点  $A(1, -1, 1)$ ,  $B(1, 2, 4)$ ,  $C(-1, 2, -1)$  がある。点  $A$  を通り  $\overrightarrow{OB}$  と平行な直線を  $l$  とする。点  $Q$  は  $l$  上の任意の点  $P$  に対して  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{CQ} = 0$  を満たす。  $OQ$  が最小となるときの  $Q$  の座標を求めよ。

3

$x, y$  を実数とするとき

$$\min(x - y^2, y - x^2)$$

の最大値を求めよ。ただし、実数  $a, b$  に対して、 $a \leq b$  のとき  $\min(a, b) = a$ ,  $a \geq b$  のとき  $\min(a, b) = b$  とする。

- 4 大小2つのさいころを同時に投げる試行を  $n$  回行う。  $k$  回目の試行で出た、大きいさいころの目を  $a_k$ ，小さいさいころの目を  $b_k$  とし、  $x_k, y_k$  を

$$\begin{cases} a_k = 1, 2 \text{ のとき } x_k = 1 \\ a_k = 3, 4 \text{ のとき } x_k = 0 \\ a_k = 5, 6 \text{ のとき } x_k = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} b_k = 1, 2, 3 \text{ のとき } y_k = 1 \\ b_k = 4, 5, 6 \text{ のとき } y_k = -1 \end{cases}$$

で定める。このとき、  $A_n = \sum_{k=1}^n x_k y_k$  の値が  $\alpha$  となる確率を  $P(A_n = \alpha)$  で表す。

- (1)  $P(A_3 = 0)$  を求めよ。
- (2)  $n \geq 2$  のとき  $P(A_n = n)$ ,  $P(A_n = n - 1)$ ,  $P(A_n = n - 2)$  をそれぞれ求めよ。

- 5 次の [I], [II] のいずれか一方を選択して解答せよ。なお、解答用紙の所定の欄にどちらを選択したかを記入すること。

[I]  $t$  を実数とする。直線  $x = t$  に関して曲線  $C_1 : y = x^3 - 2x^2 - 4x$  と対称な曲線を  $C_2$  とする。

- (1)  $C_1$  と  $C_2$  が共有点をちょうど3個持つときの  $t$  の範囲を求めよ。
- (2)  $t$  が(1)の範囲を動くとき、  $C_1$  と  $C_2$  で囲まれた2つの部分の面積の和を  $S(t)$  とする。  $S(t)$  の最大値を求めよ。

[II]  $x > 0$  に対して

$$(1+x)^{\frac{1}{x}} < e < (1+x)^{\frac{1}{x}+1}$$

が成り立つことを示せ。