

令和4年4月
一橋大学

令和4年度一橋大学一般選抜（後期日程）第二次試験

出題の意図等 【数学】

1 与えられた方程式を満たす整数の組を求める問題である。

対数を用いない同値な方程式に変形すると考えやすい。解の範囲が限定されることを示す必要があり、そのためには指数関数等いくつかの典型的な関数の増大度についての感覚と、その感覚を具体的な不等式に表現した上で、正しく証明することが求められる。解の範囲が限定されたあとは、整数性と関数の増減を利用して、全ての解を求めることができる。

対数関数、指数関数の定義や基本性質を理解していること、および、解の範囲を限定して整数解を求める等の操作を適切に行うことができることを確認するために出題した。

2 空間ベクトルの内積を用いて記述されるある条件を満たしながら動く点と原点との距離の最小値を求める問題である。

変数を導入して、与えられた条件を座標の間の恒等式として表現し、動点の座標を変数で表すことができる。ついでその変数を動かし最小値を求めればよい。あるいは内積の図形的な意味を考えることにより、最小値を与えるときの動点の位置を特定して求めることもできる。

空間ベクトルの内積の基礎的な事項を理解し、空間図形の情報を適切に定量化して処理できるか確認するために出題した。

3 2つの実数 x, y に依存してできる関数の最大値を求める問題である。

定義からある不等式で表される xy 平面の領域において、 $x-y^2$ (又は $y-x^2$) の最大値を求める問題に帰着される。条件をみたく (x, y) を平面上に図示して、 $k = y-x^2$ とおいて k がとりうる値の範囲を考察すれば解答できる。問題の意味を理解し、 x, y がみたく条件から、正確に関数の最大値を求めることが出来るか確かめるために出題した。

4 2つのさいころを複数回投げ、出た目から一定のルールで整数を定める。この整数が特定の値となる確率を求める問題である。

「出た目」から「整数」を定めるルールは一見複雑だが、「特定の値」から「出た目」の形がかなり限定されるので、その条件を適切に確率の (あるいは場合の数の) 言葉に置き換えることで解くことができる。問題設定を読み解く力と、確率の基本事項を確認するために出題した。

5 - [I]

2つの曲線で囲まれた部分の面積の最大値を求める問題である。

(1) 直線 $x=t$ に関して曲線 C_1 と対称な曲線 C_2 の方程式を求め、 C_1 と C_2 の方程式の両方を同時に満たす x の個数がちょうど 3 個になる条件を求めればよい。

(2) 面積 $S(t)$ は定積分で求めることができる。 $S(t)$ は t についての 2 次関数の 2 乗で与えられるので、

(1) で求めた範囲で平方完成することで求めればよい。

直線 $x=t$ に関してある曲線と対称な曲線の方程式を正確に求めることができるか、曲線で囲まれた領域の面積に関する定積分を正確に計算することができるかを確認するために出題した。

5 - [II]

自然対数の底 e に関する不等式に関する出題である。

証明に際しては、各辺の対数を取って処理するのが自然だろう。関数の微分を用いて適切に不等式を示すことができるか、確認するために出題した。