令　和　３　年　４　月
一　　橋　　大　　学

令和３年度一橋大学一般選抜（前期日程）第二次試験

出題の意図等　【数学】

$\boxed{1}$　素数の個数に関する問題である。

1 は素数ではないので，1000 以下の素数が 250 個以下であることを示すには合成数が 749 個以上であることを示せばよい。2 か 3 か 5 で割り切れる合成数の個数は比較的容易に数え上げることができるが，その場合は 749 個に満たないので，それ以外の合成数も探す必要がある。また，偶数の合成数に加えて，奇数のうち 3 か 5 か 7 で割り切れる合成数の個数を数え上げてもよい。

整数の集合における，素数や合成数，倍数など基本的な性質について理解しているか，集合の要素の個数の関係について理解しているかを確認するために出題した。

$\boxed{2}$　実数 x に対し，x を超えない最大の整数 $[x]$（ガウス記号）を用いた数列の和に関する問題である。

$\ell = 1, 2, \dots,\ n$ に対して，$a_k = 2^{\ell}$ となる k の個数はkについてのある 1 次式の形に求められる。よってこの問題は，階差数列が等比数列となるような数列の和を求める問題に帰着する。例えば，等比数列の和の公式を用いて解答が得られるであろう。

標準的ではない数列の構造を見極め，手順を踏んで正確に計算できるかを確認するために出題した。

$\boxed{3}$　三角形の成立条件と 2 次方程式の関係についての問題である。

(1)　2 次方程式の解によって三角形を作ることができる条件を求め，パラメータの範囲を図示する問題である。三角形の成立条件と 2 次方程式が解をもつための条件とを連立させることで解くことができる。

(2)　三角形の辺の長さによって定まる値の範囲を求める問題である。範囲を求める値を例えば k とおいて，α と β の対称式で表すと，問題はkの定める放物線と (1) で求めた領域とが共有点を持つ条件に帰着できる。

式の取りうる値の範囲を，2 次方程式が解をもつための条件と関連付けて正確に求めることができるかを確認するために出題した。

4　与えられた条件を満たす領域の面積の最大値を求める問題である。

(1)　円と放物線の方程式の両方を同時に満たす x の個数がちょうど３個になる条件を求めればよい。はじめに２つの方程式を満たす y が存在するための条件を求めると考えやすい。

(2)　面積は定積分を計算することで求めることができる。面積の式は k についてのある４次式の平方根として与えられるので，(1)で求めた k の範囲でこの４次式の最大値を，導関数を計算して増減表を調べることで求めればよい。

円や放物線など座標平面内の基本的な曲線の性質を理解しているか, 曲線で囲まれた領域の面積を，定積分を正確に計算して求めることができるか，４次式で与えられる関数の最大値を導関数と増減表から正確に求めることができるかを確認するために出題した。

5　確率的な試行により定まる定積分の値に関する問題である。

定積分を計算し，整数の性質を用いて条件を満たす場合を適切に場合分けして数え上げ，全体の場合の数で割ることで，確率を求めることができる。

定積分の計算, 整数の性質や確率についての基礎的な事項を理解しているかを確認するために出題した。