

数 問

数 学 (経済学部)

令和 3 年度(後期)

注 意

1. 「解答はじめ」というまで開いてはいけない。
2. 問題は1冊(本文2ページ, 白紙2枚), 解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入すること。

(例) 受験番号 50001 番の場合 →

5	0	0	0	1
---	---	---	---	---

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所に書くと無効になることがある。
5. 書き損じても, 代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後, 問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1 方程式

$$(\sin x + 1)(\cos x + 1) = k$$

の解が $0 \leq x < 2\pi$ の範囲にちょうど 2 つあるような実数 k を求めよ。

2 $a > 0$ に対して、放物線 $C: y = \frac{1}{2}x^2 - x$ 上の点 $A(a, \frac{1}{2}a^2 - a)$ における接線を、 A を中心に時計回りに 45° 回転した直線を l とする。
 C と l で囲まれた部分の面積の最小値を求めよ。

3 $\frac{a+b}{2} < \sqrt{ab} + \frac{k}{\sqrt{ab}}$ かつ $a > b > 0$ を満たす整数 a, b が存在する
ような実数 k の範囲を求めよ。

4 箱の中に1から10までの番号が書かれた10枚のカードが入っている。箱から1枚のカードを取り出し、書かれた数の約数の個数を記録する。取り出したカードは箱に戻す。以上の操作をくり返し、記録された数の和が3の倍数になったら終了する。 n 回目で終了する確率 p_n を求めよ。

5 次の [I], [II] のいずれか一方を選択して解答せよ。なお、解答用紙の所定の欄にどちらを選択したかを記入すること。

[I] x, y は実数とする。 $y > x^n$ を満たす正の整数 n が存在する点 (x, y) 全体の集合を、 xy 平面上に図示せよ。

[II] $f(x)$ は微分可能かつ導関数が連続な関数とする。 $f(0) = 0$ であるとき

$$\frac{d}{dx} \left(\int_0^x e^{-t} f(x-t) dt \right) = \int_0^x e^{-t} f'(x-t) dt$$

を示せ。