

数学

【コース1】

I 試験全体に関する注意

1. 監督者の許可なしに、部屋の外に出ることはできません。
2. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

II 問題冊子に関する注意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見ないでください。
2. この問題冊子は11ページあります。
3. 足りないページがあったら、手をあげて知らせてください。
4. メモや計算などを書く場合は、問題冊子に書いてください。

III 解答方法に関する注意

1. 全部の解答用紙に受験番号を書いてください。受験番号は次の要領で明確に記入してください。

(例) 受験番号50001 →

5	0	0	0	1
---	---	---	---	---

2. 解答は、解答用紙に鉛筆(HB)で記入してください。
3. 問題文中のA, B, C, …には、それぞれ-(マイナスの符号), または, 0から9までの数が一つずつ入ります。適するものを選び、解答用紙(マークシート)の対応する解答欄にマークしてください。
4. 同一の問題文中に

A

,

BC

などが繰り返し現れる場合、2度目以降は、

A

,

BC

のように表しています。

解答に関する記入上の注意

- (1) 根号($\sqrt{\quad}$)の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。
(例： $\sqrt{32}$ のときは、 $2\sqrt{8}$ ではなく $4\sqrt{2}$ と答えます。)
- (2) 分数を答えるときは、符号は分子につけ、既約分数(reduced fraction)にして答えてください。

(例： $\frac{2}{6}$ は $\frac{1}{3}$, $-\frac{2}{\sqrt{6}}$ は $-\frac{2\sqrt{6}}{6}$ と分母を有理化してから約分し、 $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ と答えます。)

- (3)

A

 $\sqrt{\frac{\text{B}}{\text{C}}}$ に $\frac{-\sqrt{3}}{4}$ と答える場合は、下のようにマークしてください。
- (4)

DE

 x に $-x$ と答える場合は、Dを-, Eを1とし、下のようにマークしてください。

【解答用紙】

A	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	○	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
C	○	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
D	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
E	○	0	●	2	3	4	5	6	7	8	9

数学 コース 1

I

問1 次の文中の **A** ~ **Q** には、下の選択肢 ① ~ ⑥ の中から適するものを選びなさい。

方程式 $a^2(x-1)^2 = ax^2 - x - a$ (a は定数) を解こう。

$a^2(x-1)^2 - (ax^2 - x - a) = 0$ の左辺を因数分解すると

$$\{ \mathbf{A} x - (\mathbf{B}) \} \{ (\mathbf{C}) x - \mathbf{D} \} = 0 \text{ となる。}$$

$$\mathbf{A} x = \mathbf{B} \cdots \text{(i), } (\mathbf{C}) x = \mathbf{D} \cdots \text{(ii) とする。}$$

$$\text{(i)で } a \neq \mathbf{E} \text{ のとき, } x = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{G}}$$

$a = \mathbf{E}$ のとき, (i)は $\mathbf{H} \cdot x = \mathbf{I}$ となり, 解をもたないが,

$$a = \mathbf{E} \text{ を(ii)に代入して } (\mathbf{J}) \cdot x = 0 \text{ より } x = \mathbf{K}$$

$$\text{(ii)で } a \neq \mathbf{L} \text{ のとき, } x = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{N}}$$

$a = \mathbf{L}$ のとき, (ii)は $\mathbf{H} \cdot x = \mathbf{I}$ となり, 解をもたないが,

$$a = \mathbf{L} \text{ を(i)に代入して } \mathbf{O} \cdot x = \mathbf{P} + 1 \text{ より } x = \mathbf{Q}$$

以上より, 求める解は

$$\left\{ \begin{array}{l} a \neq \mathbf{E}, \mathbf{L} \text{ のとき, } x = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{G}}, \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{N}} \\ a = \mathbf{E} \text{ のとき, } x = \mathbf{K} \\ a = \mathbf{L} \text{ のとき, } x = \mathbf{Q} \end{array} \right.$$

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ a ⑥ $a+1$ ⑦ $a-1$

- 計算欄 (memo) -

数学-4

問2 2つの不等式 $3(x-1) \geq 4x-8 \cdots \textcircled{1}$, $2(x+a) > 1-x \cdots \textcircled{2}$ を同時に満たす整数が4個であるとき、定数 a の値の範囲を求めよう。

①を解くと $x \leq \boxed{\text{R}}$, ②を解くと $x > \frac{\boxed{\text{S}} - \boxed{\text{T}}}{\boxed{\text{U}}} a$

整数解が4個となるためには $\boxed{\text{V}} \leq \frac{\boxed{\text{S}} - \boxed{\text{T}}}{\boxed{\text{U}}} a < \boxed{\text{W}}$ であればよい。

これを解いて $-\frac{\boxed{\text{X}}}{\boxed{\text{Y}}} < a \leq -\boxed{\text{Z}}$ となる。

- 計算欄 (memo) -

II

2次関数 $f(x) = -2x^2 - 4ax + b$ について、次の問いに答えなさい。

問1 この関数の区間 $0 \leq x \leq 5$ における最大値が5、最小値が-13であるとき、定数 a , b の値を求めよう。ただし $-\frac{5}{2} < a < 0$ とする。

$f(x) = \boxed{\text{AB}} (x+a)^2 + \boxed{\text{C}} a^2 + b$ と変形できるから、 $y=f(x)$ のグラフの頂点は $(-a, \boxed{\text{C}} a^2 + b)$ 、軸は $x = -a$ である。

$$-\frac{5}{2} < a < 0 \text{ より } \boxed{\text{D}} < -a < \frac{\boxed{\text{E}}}{\boxed{\text{F}}} \text{ である。}$$

したがって、最大値は頂点の y 座標： $\boxed{\text{C}} a^2 + b = \boxed{\text{G}} \dots (\text{i})$

最小値は $f(\boxed{\text{H}}) = \boxed{\text{IJK}} \dots (\text{ii})$

(i)と(ii)を連立して $2(a + \boxed{\text{L}})(a + \boxed{\text{M}}) = 0$ ($\boxed{\text{L}} < \boxed{\text{M}}$)

$$-\frac{5}{2} < a < 0 \text{ なので } a = -\boxed{\text{N}}$$

これを(ii)に代入して $b = -\boxed{\text{O}}$

- 計算欄 (memo) -

問2 問1のとき、 $y=f(x)$ のグラフと、直線 $y = -ax + c$ (c は定数)の共有点の個数を調べよう。

2次関数は $f(x) = -2x^2 + \boxed{\text{P}}x - \boxed{\text{Q}}$ となり、 $y=f(x)$ のグラフと

直線 $y = \boxed{\text{R}}x + c$ との共有点の個数は

方程式 $-2x^2 + \boxed{\text{P}}x - \boxed{\text{Q}} = \boxed{\text{R}}x + c$ の実数解の個数に一致する。

$2x^2 - \boxed{\text{S}}x + (c + \boxed{\text{T}}) = 0$ の判別式を D とすると

$$\frac{D}{4} = (-\boxed{\text{U}})^2 - 2(c + \boxed{\text{T}}) = \boxed{\text{V}} - \boxed{\text{W}}c$$

したがって、共有点の個数は

$c < \frac{\boxed{\text{V}}}{\boxed{\text{W}}}$ のとき $\boxed{\text{X}}$ 個、 $c = \frac{\boxed{\text{V}}}{\boxed{\text{W}}}$ のとき $\boxed{\text{Y}}$ 個、

$c > \frac{\boxed{\text{V}}}{\boxed{\text{W}}}$ のとき $\boxed{\text{Z}}$ 個である。

— 計算欄 (memo) —

Ⅲ

問1 9人の学生がいる。

- (1) 3人ずつ A, B, C の3つの部屋に入る入り方は \boxed{ABCD} 通りある。
- (2) (1)と同じ入り方で, 特定の2人が同じ部屋に入る入り方は \boxed{EFG} 通りある。
- (3) 3人ずつ3グループに分ける分け方は \boxed{HIJ} 通りある。
- (4) 2人, 2人, 5人の3グループに分ける分け方は \boxed{KLM} 通りある。

問2 6人の学生が A, B, C の3つの部屋に入る。1つの部屋には何人でも入れるものとする。

- (1) 誰も入らない部屋(空き部屋)があってもよいとするとき, 入り方は \boxed{NOP} 通りある。
- (2) 空き部屋が1つできる場合は \boxed{QRS} 通りある。
- (3) どの部屋にも少なくとも1人は入る入り方は \boxed{TUV} 通りある。

- 計算欄 (memo) -

