

2021年度 本試験
数学 コース 1
 問題解説

I 問 1

解説

方程式は $a(a-1)x^2 - (2a^2-1)x + a(a+1) = 0$

左辺を因数分解すると

$$\begin{array}{r} a \quad \times \quad -(a+1) \rightarrow -a^2+1 \\ a-1 \quad \times \quad -a \quad \rightarrow -a^2 \\ \hline -2a^2+1 \end{array}$$

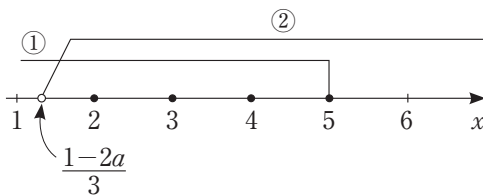
$$\{ax - (a+1)\} \{(a-1)x - a\} = 0$$

$$ax = a+1 \cdots (i) \text{ または } (a-1)x = a \cdots (ii)$$

(i)は $a=0$, (ii)は $a=1$ のときに注意して場合分けして解を求める。

問 2

解説



4 個の整数解が 2, 3, 4, 5 となる場合である。

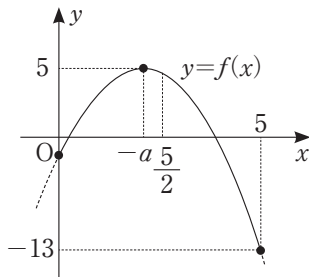
$\frac{1-2a}{3} = 1$ のときは, 1 は含まないので適する。

$\frac{1-2a}{3} = 2$ のときは, 2 を含まないので, 整数解が 3 個になる。

Ⅱ 問1

解説

$0 < -a < \frac{5}{2}$ より, 軸は区間 $0 \leq x \leq 5$ の中央 $(x = \frac{5}{2})$ より左にあり, グラフは図のようになる。



最大値 $f(-a) = 2a^2 + b = 5$

最小値 $f(5) = -50 - 20a + b = -13$

問2

解説

$$\begin{cases} y = -2x^2 + 8x - 3 \\ y = 2x + c \end{cases} \quad \text{より } y \text{ を消去すると,}$$

$$2x^2 - 6x + (c+3) = 0$$

実数解の個数は, この2次方程式の判別式を D とすると,
 $D > 0$ のとき 2 個, $D = 0$ のとき 1 個, $D < 0$ のとき 0 個。

Ⅲ 問 1

解説

- (1) ${}_9C_3 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3$
- (2) 特定の 2 人と同じ部屋に入るもう 1 人の選び方： ${}_7C_1$ 通り
特定の 2 人がどの部屋に入るか： ${}_3C_1$ 通り
残り 2 つの部屋に 3 人ずつが入る： ${}_6C_3 \times {}_3C_3$ (通り) より ${}_7C_1 \times {}_3C_1 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3$ (通り)
- (3) 3 グループには区別がないので、(1) で求めた入り方のうち $3!$ 通りずつは同じものになる。 $\frac{1680}{3!}$ (通り)
- (4) 2 人のグループには区別がないので $\frac{{}_9C_2 \times {}_7C_2 \times {}_5C_5}{2!}$ (通り)
 $2!$ で割らないと、“ a, b と c, d とあと 5 人”と“ c, d と a, b とあと 5 人”などが重複する (a, b, c, d は学生)。

問2

解説

- (1) 1人の入り方はそれぞれ3通りだから 3^6 通り。
- (2) 6人が2つの部屋に入る入り方は 2^6 通り、そのうち2通りは6人とも同じ部屋に入って空き部屋が2つになるので除く。どの2つの部屋に入るかは ${}_3C_2$ 通り。したがって $(2^6-2) \times {}_3C_2$ (通り)
- (3) 空き部屋2つは3通り、空き部屋1つは(2)より $(2^6-2) \times {}_3C_2$ 通り、したがって $3^6-3-(2^6-2) \times {}_3C_2$ (通り)